



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE ASTRONOMIE ȘI ASTROFIZICĂ
ETAPA NAȚIONALĂ
TIMIȘOARA, 2025



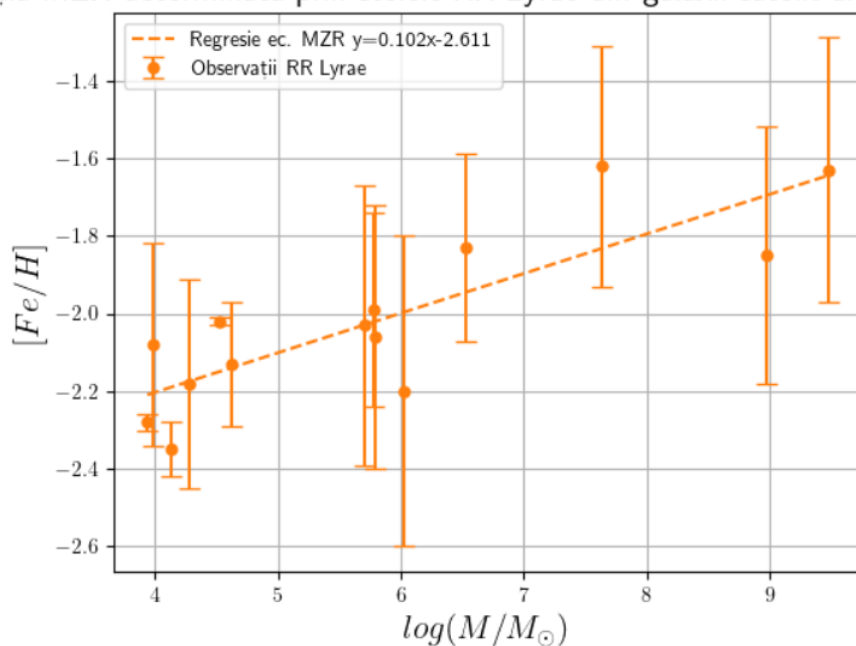
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE - PROBA ANALIZA DATELOR
CATEGORIILE S1 și S2

Subiectul I Relicve stelare (25p)

Rezolvare	Punctaj																										
a) (13p) Pentru fiecare reprezentare grafică (2 x 6.5p): Punctele sunt corect ilustrate pe grafic 14 x 0.3p = 4.2p Bărilor de eroare sunt marcate corect 14 x 0.1p = 1.4p Mărimile fizice sunt trecute pe axe 0.4p Valorile numerice pe cele două axe sunt uniform distribuite. 0.5p Relația MZR pentru galaxii din Grupul Local (epoca curentă) Legend: --- Regresie ec. MZR $y=0.312x-3.781$ ● Observații galaxii din Grupul Local <table border="1"><caption>Estimated data points from the MZR plot</caption><thead><tr><th>$\log(M/M_{\odot})$</th><th>$[Fe/H]$</th></tr></thead><tbody><tr><td>3.2</td><td>-2.6</td></tr><tr><td>3.5</td><td>-2.7</td></tr><tr><td>4.1</td><td>-2.5</td></tr><tr><td>4.5</td><td>-2.4</td></tr><tr><td>5.1</td><td>-2.3</td></tr><tr><td>5.5</td><td>-2.2</td></tr><tr><td>6.1</td><td>-1.9</td></tr><tr><td>6.4</td><td>-1.6</td></tr><tr><td>7.8</td><td>-1.0</td></tr><tr><td>8.5</td><td>-1.0</td></tr><tr><td>8.8</td><td>-1.2</td></tr><tr><td>9.1</td><td>-0.5</td></tr></tbody></table>	$\log(M/M_{\odot})$	$[Fe/H]$	3.2	-2.6	3.5	-2.7	4.1	-2.5	4.5	-2.4	5.1	-2.3	5.5	-2.2	6.1	-1.9	6.4	-1.6	7.8	-1.0	8.5	-1.0	8.8	-1.2	9.1	-0.5	
$\log(M/M_{\odot})$	$[Fe/H]$																										
3.2	-2.6																										
3.5	-2.7																										
4.1	-2.5																										
4.5	-2.4																										
5.1	-2.3																										
5.5	-2.2																										
6.1	-1.9																										
6.4	-1.6																										
7.8	-1.0																										
8.5	-1.0																										
8.8	-1.2																										
9.1	-0.5																										



Relația MZR determinată prin stelele RR Lyrae din galaxii satelit ale Căii Lactee



b) (7p) Prin metoda celor mai mici pătrate obținem cele două pante:

- Pentru epoca actuală, $\beta_{ep,act} = 0.312$ **1.5p**
- Pentru RR Lyrae, $\beta_{RRLyr} = 0.102$ **1.5p**

Punctaje parțiale

Punctaj acordat	1.5p	0.75p	0.375p
Interval $\beta_{ep,act}$	0.310 – 0.314	0.307 – 0.317	0.300 – 0.325
Interval β_{RRLyr}	0.101 – 0.103	0.097 – 0.107	0.090 – 0.115

DA, observăm aplatizarea pantei pentru stelele RR Lyrae. **1p**

Pentru eroarea pantei avem:

- Pentru epoca actuală, $SE(\beta_{ep,act}) = 0.035$ **1.5p**
- Pentru RR Lyrae, $SE(\beta_{RRLyr}) = 0.019$ **1.5p**

Punctaje parțiale



Punctaj acordat	1.5p	0.75p	0.375p
Interval $SE(\beta_{ep,act})$	0.033 – 0.037	0.030 – 0.040	0.025 – 0.045
Interval $SE(\beta_{RRLyr})$	0.017 – 0.021	0.014 – 0.024	0.010 – 0.030

- c) **(1.5p)** Ecuația MZR determinată pentru stelele RR Lyrae se potrivește cel mai bine cu ecuația MZR determinată pentru $z \in [6, 10]$.

Deci, compoziția chimică a stelelor RR Lyrae este similară cu compoziția chimică a galaxiilor observate la epocile corespunzătoare unei deplasări spre roșu cu

$$z \in [6, 10].$$

- d) **(3.5p)** Aflăm vârsta Universului pentru $z = 0$,

$$t(0) = \frac{2}{3H_0} = 9.34 \text{ miliarde de ani (0.5p)}$$

Vom calcula vârsta Universului pentru galaxiile observate la deplasări spre roșu între 6 și 10 în modelul Universului dominat de materie, și de acolo deducem vârsta aproximativă a stelelor RR Lyrae care s-ar fi format atunci.

$$t(z = 6) = \frac{2}{3H_0} \frac{1}{(1+6)^{\frac{3}{2}}} = 0.50 \text{ miliarde de ani (0.5p)}$$

$$t(z = 10) = \frac{2}{3H_0} \frac{1}{(1+10)^{\frac{3}{2}}} = 0.26 \text{ miliarde de ani (0.5p)}$$

De unde, vârsta stelelor RR Lyrae va fi

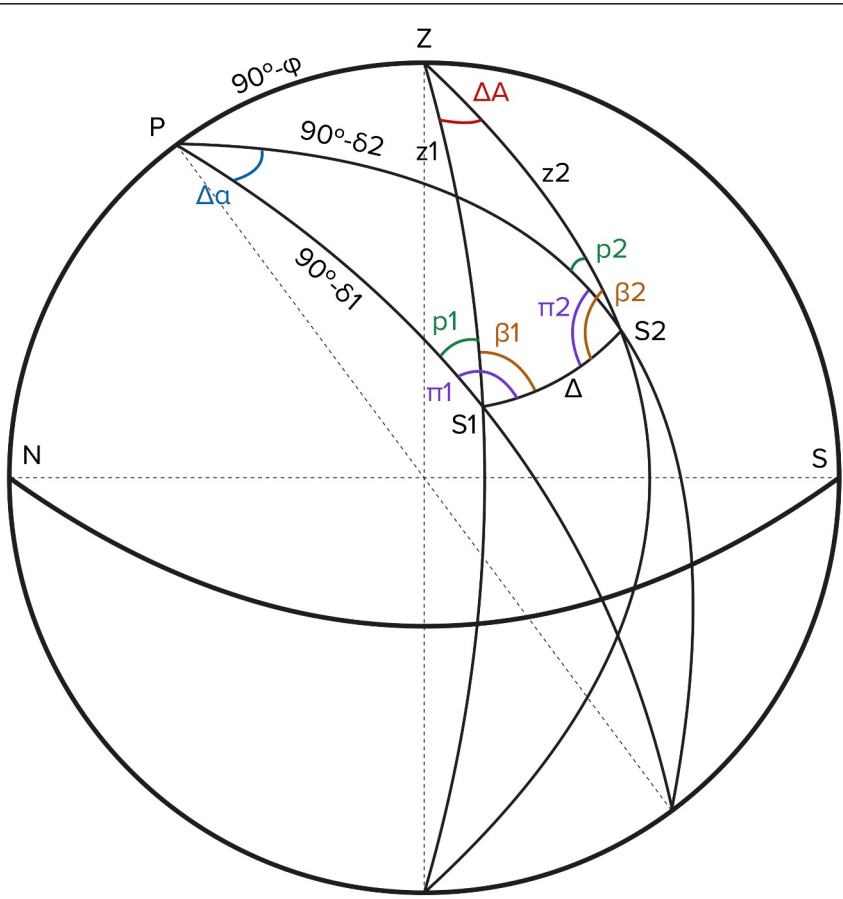
$$\tau(z = 6) = 8.8 \text{ miliarde de ani (1p)}$$

$$\tau(z = 10) = 9.1 \text{ miliarde de ani (1p)}$$



Subiectul II Unde ai fost la mare? (25p)

	Notă: orice rezolvare diferită, dar corectă se punctează corespunzător. Dacă anumiți pași nu sunt efectuați, dar se ajunge la rezultatul corect, se acordă punctajul maxim.																																																		
	Partea A: Corecții atmosferice	7.5p																																																	
1)		0.5p																																																	
	Înălțimea unghiulară a farului: $tg(\theta_f)=\frac{h_f}{d_f}$																																																		
	Valoare numerică: $\theta_f=4.85^\circ$ 0.5p																																																		
2)		0.5p																																																	
	Scara imaginii: $S=\frac{\theta_f}{h_{f\text{ desen}}}$, unde $h_{f\text{ desen}}$ este înălțimea turnului măsurată pe desen.																																																		
	$h_{f\text{ desen}}=2.68\text{ celule}$, deci $S=1.81\frac{^\circ}{\text{celula}}$ 0.5p																																																		
3)		2p																																																	
	Înălțimea aparentă a unei stele se poate determina folosind formula $h_a=S\cdot h_{a\text{ desen}}$, unde $h_{a\text{ desen}}$ este înălțimea deasupra orizontului a stelei măsurată pe desen, în celule. 0.5p																																																		
	Datele numerice măsurate sunt prezentate în tabelul de mai jos. 1.5 p																																																		
	<table><tr><th>Nume</th><th>α (°)</th><th>δ (°)</th><th>h_a (°)</th><th>ζ (°)</th><th>R (arcmin)</th><th>z (°)</th></tr><tr><td>β Ori</td><td>78.63</td><td>-8.20</td><td>0.5</td><td>89.5</td><td>27.8</td><td>89.9</td></tr><tr><td>γ Ori</td><td>81.28</td><td>6.35</td><td>8.8</td><td>81.2</td><td>5.9</td><td>81.3</td></tr><tr><td>ζ Ori</td><td>85.19</td><td>-1.95</td><td>8.7</td><td>81.3</td><td>5.9</td><td>81.4</td></tr><tr><td>η Ori</td><td>81.12</td><td>-2.40</td><td>4.9</td><td>85.1</td><td>9.8</td><td>85.2</td></tr><tr><td>κ Ori</td><td>86.93</td><td>-9.67</td><td>6.9</td><td>83.1</td><td>7.3</td><td>83.2</td></tr><tr><td>ω Ori</td><td>84.79</td><td>4.12</td><td>11.0</td><td>79.0</td><td>4.8</td><td>79.1</td></tr></table>	Nume	α (°)	δ (°)	h_a (°)	ζ (°)	R (arcmin)	z (°)	β Ori	78.63	-8.20	0.5	89.5	27.8	89.9	γ Ori	81.28	6.35	8.8	81.2	5.9	81.3	ζ Ori	85.19	-1.95	8.7	81.3	5.9	81.4	η Ori	81.12	-2.40	4.9	85.1	9.8	85.2	κ Ori	86.93	-9.67	6.9	83.1	7.3	83.2	ω Ori	84.79	4.12	11.0	79.0	4.8	79.1	
Nume	α (°)	δ (°)	h_a (°)	ζ (°)	R (arcmin)	z (°)																																													
β Ori	78.63	-8.20	0.5	89.5	27.8	89.9																																													
γ Ori	81.28	6.35	8.8	81.2	5.9	81.3																																													
ζ Ori	85.19	-1.95	8.7	81.3	5.9	81.4																																													
η Ori	81.12	-2.40	4.9	85.1	9.8	85.2																																													
κ Ori	86.93	-9.67	6.9	83.1	7.3	83.2																																													
ω Ori	84.79	4.12	11.0	79.0	4.8	79.1																																													
	Punctarea pentru calculul valorilor individuale ale h_a :																																																		
	<table><tr><td>Eroare</td><td>$\pm 0.2^\circ$</td><td>$\pm 0.3^\circ$</td><td>Mai mare de $\pm 0.3^\circ$</td></tr><tr><td>Punctaj</td><td>0.25p</td><td>0.125p</td><td>0p</td></tr></table>	Eroare	$\pm 0.2^\circ$	$\pm 0.3^\circ$	Mai mare de $\pm 0.3^\circ$	Punctaj	0.25p	0.125p	0p																																										
Eroare	$\pm 0.2^\circ$	$\pm 0.3^\circ$	Mai mare de $\pm 0.3^\circ$																																																
Punctaj	0.25p	0.125p	0p																																																
4)		4.5p																																																	
	Distanța zenitală aparentă: $\zeta=90^\circ-h_a$ Refracția astronomică: $R=\frac{P}{273+T}\cdot\frac{0.1594+0.0196h_a+0.00002h_a^2}{1+0.505h_a+0.0845h_a^2}$																																																		

	Distanța zenitală adevărată: $z = \zeta + R$									
	Valorile numerice sunt prezentate în tabelul de la punctul 3). (4.5p) Punctarea pentru calculul valorilor individuale ale ζ și z :									
	<table><tr><td>Eroare</td><td>$\pm 0.2^\circ$</td><td>$\pm 0.3^\circ$</td><td>Mai mare de $\pm 0.3^\circ$</td></tr><tr><td>Punctaj</td><td>0.15p</td><td>0.075p</td><td>0p</td></tr></table>	Eroare	$\pm 0.2^\circ$	$\pm 0.3^\circ$	Mai mare de $\pm 0.3^\circ$	Punctaj	0.15p	0.075p	0p	
Eroare	$\pm 0.2^\circ$	$\pm 0.3^\circ$	Mai mare de $\pm 0.3^\circ$							
Punctaj	0.15p	0.075p	0p							
	Punctarea pentru calculul valorilor individuale ale R :									
	<table><tr><td>Eroare</td><td>$\pm 0.2'$</td><td>$\pm 0.3'$</td><td>Mai mare de $\pm 0.3'$</td></tr><tr><td>Punctaj</td><td>0.45p</td><td>0.225p</td><td>0p</td></tr></table>	Eroare	$\pm 0.2'$	$\pm 0.3'$	Mai mare de $\pm 0.3'$	Punctaj	0.45p	0.225p	0p	
Eroare	$\pm 0.2'$	$\pm 0.3'$	Mai mare de $\pm 0.3'$							
Punctaj	0.45p	0.225p	0p							
	Partea B: Unde pe Pământ?	17.5p								
5)		6.25p								
	 Desenul este realizat în coordonate orizontale, unde P este Polul Nord Ceres, Z zenitul, S_1 și S_2 stelele de analizat, iar unghiurile sunt notate corespunzător. În plus, $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ este diferența ascensiilor drepte, iar $\Delta A = A_1 - A_2$ este diferența azimuturilor celor două stele. Ordinea termenilor în cele două scăderi este importantă pentru a obține un rezultat pozitiv (vezi figura)! (0.5p)									
	Pentru a afla latura Δ , se aplică teorema cosinului în triunghiul sferic PS_1S_2 :									

	$\cos \Delta = \cos(90^\circ - \delta_1) \cos(90^\circ - \delta_2) - \sin(90^\circ - \delta_1) \sin(90^\circ - \delta_2) \cos \Delta \alpha$ de unde $\Delta = \arccos(\sin \delta_1 \sin \delta_2 - \cos \delta_1 \cos \delta_2 \cos \Delta \alpha)$ (1p)	
	Pentru a afla unghiul π_1, se aplică teoremele sinusului și cosinusului în același triunghi: $\begin{cases} \frac{\sin \pi_1}{\sin(90^\circ - \delta_2)} = \frac{\sin \Delta \alpha}{\sin \Delta} \\ \cos(90^\circ - \delta_2) = \cos(90^\circ - \delta_1) \cos \Delta + \sin(90^\circ - \delta_1) \sin \Delta \cos \pi_1 \end{cases}$ de unde $\begin{cases} \sin \pi_1 = \frac{\sin \Delta \alpha \cdot \cos \delta_2}{\sin \Delta} \\ \cos \pi_1 = \frac{\sin \delta_2 - \sin \delta_1 \cos \Delta}{\cos \delta_1 \sin \Delta} \end{cases} \quad \textbf{(1p)}$	
	Astfel, $\pi_1 = \begin{cases} \arcsin\left(\frac{\sin \Delta \alpha \cdot \cos \delta_2}{\sin \Delta}\right), \text{ dacă } \cos \pi_1 \geq 0 \\ 180^\circ - \arcsin\left(\frac{\sin \Delta \alpha \cdot \cos \delta_2}{\sin \Delta}\right), \text{ dacă } \cos \pi_1 < 0 \end{cases}$ (0.75p)	
	Pentru a afla unghiul β_1, se aplică teoremele sinusului și cosinusului în triunghiul sferic ZS_1S_2: $\begin{cases} \frac{\sin \beta_1}{\sin z_2} = \frac{\sin \Delta \alpha}{\sin \Delta} \\ \cos z_2 = \cos z_1 \cos \Delta + \sin z_1 \sin \Delta \cos \beta_1 \end{cases}$ de unde $\begin{cases} \sin \beta_1 = \frac{\sin z_2 \sin \Delta \alpha}{\sin \Delta} \\ \cos \beta_1 = \frac{\cos z_2 - \cos z_1 \cos \Delta}{\sin z_1 \sin \Delta} \end{cases} \quad \textbf{(1p)}$	
	Asemănător unghiului π_1, $\beta_1 = \begin{cases} \arcsin\left(\frac{\sin z_2 \sin \Delta \alpha}{\sin \Delta}\right), \text{ dacă } \cos \beta_1 \geq 0 \\ 180^\circ - \arcsin\left(\frac{\sin z_2 \sin \Delta \alpha}{\sin \Delta}\right), \text{ dacă } \cos \beta_1 < 0 \end{cases}$ (0.75p)	
	Unghiul paralactic este $p_1 = \pi_1 - \beta_1$. (0.25p)	
	Din triunghiul sferic PZS_1, folosind teorema cosinusului, reiese $\cos(90^\circ - \varphi) = \cos z_1 \cos(90^\circ - \delta_1) + \sin z_1 \sin(90^\circ - \delta_1) \cos p_1$ de unde $\varphi = \arcsin(\cos z_1 \sin \delta_1 + \sin z_1 \cos \delta_1 \cos p_1)$ (1p)	
6)		5.5p
	Diferența de azimut între două stele se măsoară pe hartă, după relația $\Delta A = A_1 - A_2 = S \cdot \Delta A_{\text{hartă}}$, unde $\Delta A_{\text{hartă}}$ este distanța măsurată pe hartă. Ordinea termenilor în diferența azimuturilor este importantă și determină $\Delta A_{\text{hartă}}$ să fie pozitivă când stelele sunt ordonate de la dreapta la stânga ($2 \leftarrow 1$) și negativă în caz contrar ($1 \rightarrow 2$). (0.5p)	

Datele numerice măsurate sunt prezentate în tabelul de mai jos: (4.5p)

Nume	α (°)	δ (°)	ΔA (°)	Δ (°)	π_1 (°)	β_1 (°)	ρ_1 (°)	φ (°)
β Ori	78.63	-8.20	4.9	8.3	100.8	36.0	64.8	24.9
κ Ori	86.93	-9.67						
γ Ori	81.28	6.35	16.9	17.0	160.6	95.3	65.3	25.3
κ Ori	86.93	-9.67						
ω Ori	84.79	4.12	-3.5	4.1	-57.3	-122.2	64.9	25.4
γ Ori	81.28	6.35						
η Ori	81.12	-2.40	9.1	9.3	141.7	77.0	64.7	25.0
κ Ori	86.93	-9.67						
ω Ori	84.79	4.12	-4.3	6.1	176.3	-117.6	293.9	24.2
ζ Ori	85.19	-1.95						

Punctarea pentru calculul valorilor individuale ale ΔA :

Eroare	$\pm 0.2^\circ$	$\pm 0.3^\circ$	Mai mare de $\pm 0.3^\circ$
Punctaj	0.45p	0.225p	0p

Punctarea pentru calculul valorilor individuale ale φ :

Eroare	$\pm 1^\circ$	$\pm 1.5^\circ$	Mai mare de $\pm 1.5^\circ$
Punctaj	0.45p	0.225p	0p

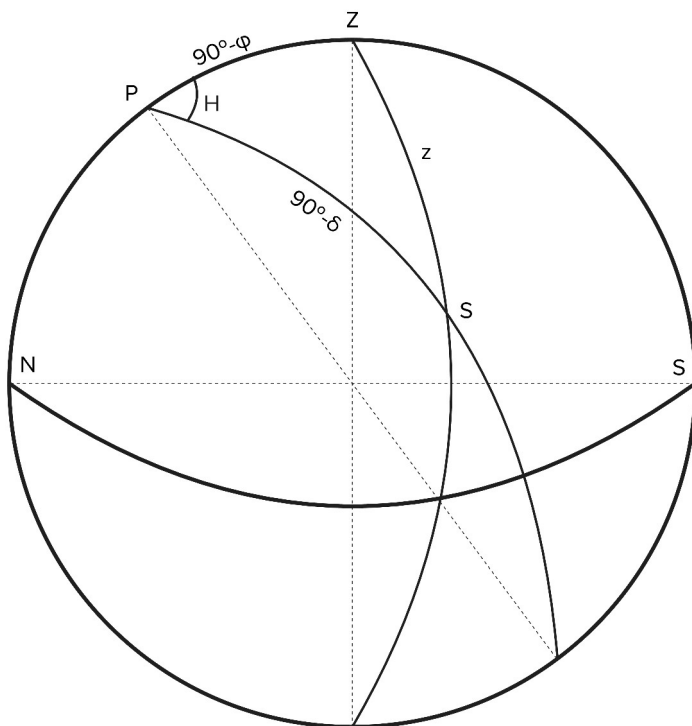
Din valorile calculate în tabel, valoarea medie a latitudinii: $\varphi_m = 24.98^\circ$ (0.5p)

Punctarea pentru calculul valorii latitudinii medii φ_m :

Eroare	$\pm 0.2^\circ$	$\pm 0.3^\circ$	Mai mare de $\pm 0.3^\circ$
Punctaj	0.5p	0.25p	0p

7)

3.75p



Unghiul orar al fiecărei stele este dat de teorema cosinusului în triunghiul sferic PZS :

$$\cos z = \cos(90^\circ - \varphi) \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - \varphi) \sin(90^\circ - \delta) \cos H$$

$$\text{astfel, } \cos H = \frac{\cos z - \sin \varphi \cos \delta}{\cos \varphi \cos \delta} \quad (0.75\text{p})$$

În cazul fotografiei realizate de Bogdan, unghiul orar al tuturor stelelor se află în intervalul $[0, 180^\circ]$, deci unghiul orar poate fi calculat prin

$$H = \arccos\left(\frac{\cos z - \sin \varphi \cos \delta}{\cos \varphi \cos \delta}\right) \quad (0.25\text{p})$$

Timpul sideral pentru fiecare stea este dat de relația $\theta = \alpha + H$. (0.25p)

În tabelul de mai jos sunt trecute valorile numerice ale stelelor: (2.25p)

Nume	α (°)	δ (°)	z (°)	H (°)	θ (°)
β Ori	78.63	-8.20	89.9	86.1	164.7
γ Ori	81.28	6.35	81.3	83.4	164.6
ζ Ori	85.19	-1.95	81.4	79.5	164.7
η Ori	81.12	-2.40	85.2	83.6	164.7
κ Ori	86.93	-9.67	83.2	77.8	164.7
ω Ori	84.79	4.12	79.1	79.9	164.7

Punctarea pentru calculul valorilor individuale ale H și θ :

Eroare	$\pm 0.2^\circ$	$\pm 0.3^\circ$	Mai mare de $\pm 0.3^\circ$
Punctaj	0.19p	0.09p	0p

	Din datele din tabel, valoarea medie a timpului sideral este $\theta_m=164.70$ Punctarea pentru calculul valorii θ_m :									
	<table><tr><td>Eroare</td><td>$\pm 0.1^\circ$</td><td>$\pm 0.2^\circ$</td><td>Mai mare de $\pm 0.2^\circ$</td></tr><tr><td>Punctaj</td><td>0.22p</td><td>0.11p</td><td>0p</td></tr></table>	Eroare	$\pm 0.1^\circ$	$\pm 0.2^\circ$	Mai mare de $\pm 0.2^\circ$	Punctaj	0.22p	0.11p	0p	
Eroare	$\pm 0.1^\circ$	$\pm 0.2^\circ$	Mai mare de $\pm 0.2^\circ$							
Punctaj	0.22p	0.11p	0p							
8)		2p								
	Dacă se consideră soarele mediu (care este definit ca deplasându-se pe ecuator cu viteză constantă de-a lungul anului), ecuația timpului legal ia forma $t_l=H_\odot+12h-L+n$ unde $H_\odot$ este unghiul orar al soarelui mediu, L este longitudinea locului, n este fusul orar local. (0.35p)									
	De la echinocțiul de primăvară, care are loc la data de 20 Martie, au trecut $\Delta t=33$ zile până la realizarea fotografiei. Cum soarele mediu se deplasează cu viteză constantă pe ecuator, ascensia sa dreaptă este $\alpha_\odot=\omega\Delta t$, unde $\omega=\frac{360^\circ}{365.25\text{ zile}}$ este viteza unghiulară a soarelui mediu. (0.25p)									
	Numeric, $\alpha_\odot=32.5^\circ$. (0.15p)									
	Din timpul sideral mediu, $H_\odot=\theta_m-\alpha_\odot$. (0.25p)									
	Deci $H_\odot=132.2^\circ$. (0.15p)									
	Diferența între timpul legal al lui Bogdan și al lui Alex este $t_l-t_{l0}=(H_\odot-H_{\odot 0})-(L-L_0)+(n-n_0)$ unde indicele 0 reprezintă valorile mărimilor fizice în locația lui Alex. Se observă că cei doi termeni mijlocii se reduc, astfel încât $n=n_0+t_l-t_{l0}$ România se afla la acel moment în zona orei de vară, deci $n_0=+3$. Astfel, $n=-4$. (0.5p)									
	Longitudinea: $L=H_\odot+12h-t_l+n$									
	Valoarea longitudinii: $L=-77.8^\circ$ (0.35p) Punctarea pentru calculul valorii θ_m :									
	<table><tr><td>Eroare</td><td>$\pm 2^\circ$</td><td>Mai mare de $\pm 2^\circ$</td></tr><tr><td>Punctaj</td><td>0.35p</td><td>0p</td></tr></table>	Eroare	$\pm 2^\circ$	Mai mare de $\pm 2^\circ$	Punctaj	0.35p	0p			
Eroare	$\pm 2^\circ$	Mai mare de $\pm 2^\circ$								
Punctaj	0.35p	0p								
		Total 25p								



SUBIECTUL III Forma unei nebuloase planetare (25 p)

- a) **(12 puncte)** Diferența dintre magnitudinea aparentă B măsurată de la distanța R și magnitudinea absolută M_B a unei stele, atunci când sunt măsurate într-un filtru specific (în cazul acesta în albastru – B) cu absorbție în mediu se scrie ca:

$$B - M_B = -2,5 \times \log \left(\frac{L_B}{4\pi R^2} \times \frac{4\pi(10pc)^2}{L_B} \right) + a_B \times d_B \quad \mathbf{2\ p}$$

Aici a_B este extincția în magnitudini pe parsec în albastru, iar d_B este lungimea pe care o parcurge lumina venită de la stea prin mediul cu absorbție. În cazul pitice albe din centrul nebuloasei planetare, d_B este exact raza nebuloasei planetare (nu există absorbție în mediul dintre marginea nebuloasei planetare și sonda spațială).

Prelucrând relația se obține:

$$B - M_B = -2,5 \times \log \left(\frac{L_B}{4\pi R^2} \times \frac{4\pi(10pc)^2}{L_B} \right) + a_B \times d_B$$

$$B - M_B = -5 \times \log \left(\frac{10pc}{R} \right) + a_B \times d_B$$

De aici raza nebuloasei:

$$d_B = \frac{B - M_B + 5 \times \log \left(\frac{10pc}{R} \right)}{a_B} \quad \mathbf{1\ p}$$

Pentru celelalte filtre în mod similar se determină:

$$d_U = \frac{U - M_U + 5 \times \log \left(\frac{10pc}{R} \right)}{a_U}$$

$$d_V = \frac{V - M_V + 5 \times \log \left(\frac{10pc}{R} \right)}{a_V}$$

Rezultatele numerice sunt trecute în coloanele 5, 6 și 7 ale tabelului de la final.

18 valori pentru d_U , 18 valori pentru d_B , 18 valori pentru d_V x 0,166 puncte fiecare **9 p**

- b) **(2 puncte)** Valoarea medie se calculează prin media aritmetică a celor trei valori obținute la fiecare unghi:

$$\bar{d} (pc) = \frac{d_U + d_V + d_B}{3}$$



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Rezultatele numerice sunt trecute în coloana 8 din tabelul de la final.

18 valori pentru distanța medie

2p

c) **(6 puncte)** Vezi grafic.

Punctaj defalcat:

- Marcarea clară a unghiurilor (direcția de referință poate fi alta față de barem, sensul unghiurilor poate fi sensul invers față de cel ales în barem, se oferă punctaj maxim în aceste cazuri dacă notația este clară și corectă). **1 p**

- Marcarea clară a distanței radiale de la centru spre exterior, fie prin scrierea valorilor numerice pe cercuri ca în barem, fie prin notarea valorii unei diviziuni undeva în rezolvare **1 p**

- Alegerea scalei potrivite pentru realizarea desenului **0.5 p**

- 18 puncte plasate corespunzător pe grafic **3 p**

- Linia trasată bine printre puncte (se acceptă mici deviații) **0.5 p**

Notă pentru corectori:

Dacă s-a ales **o altă direcție de referință**, forma nebuloasei va fi **rotită** cu un unghi egal cu **diferența dintre cele două direcții de referință**. Aceasta este o **rezolvare corectă** și va primi **punctaj maxim**.

Dacă elevul a ales **sensul invers de marcarea al unghiurilor**, forma nebuloasei va fi **în oglindă** față de barem. Aceasta este o **rezolvare corectă** și va primi **punctaj maxim**.

d) **(2 p)** Eroarea corespunzătoare unui filtru se calculează prin:

$$\Delta d_U = \bar{d} - d_U \quad \mathbf{0.5\ p}$$

Rezultatele numerice sunt trecute în coloanele 9, 10 și 11 ale tabelului de la final, doar pentru unghiurile cerute în problemă.

6 valori pentru Δd_U , 6 valori pentru Δd_B , 6 valori pentru Δd_V **1.5 p**

e) **(1 p)** Pentru eroarea medie, se poate face fie media aritmetică a modulelor erorilor determinate pentru o singură direcție, fie se poate utiliza eroarea pătratică medie (ambele variante sunt punctate maxim). Rezultatele din tabel sunt date folosind formula de mai jos, cu rotunjirea la prima cifră semnificativă.

$$\overline{\Delta d} = \frac{|\Delta d_U| + |\Delta d_B| + |\Delta d_V|}{3}$$



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

6 valori pentru $\overline{\Delta d}$, 0,25 puncte fiecare

1 p

f) (2 p)

Alegerea valorii 0,02 P_c pentru incertitudine

0.5 p

Liniile punctate desenate corespunzător pe grafic

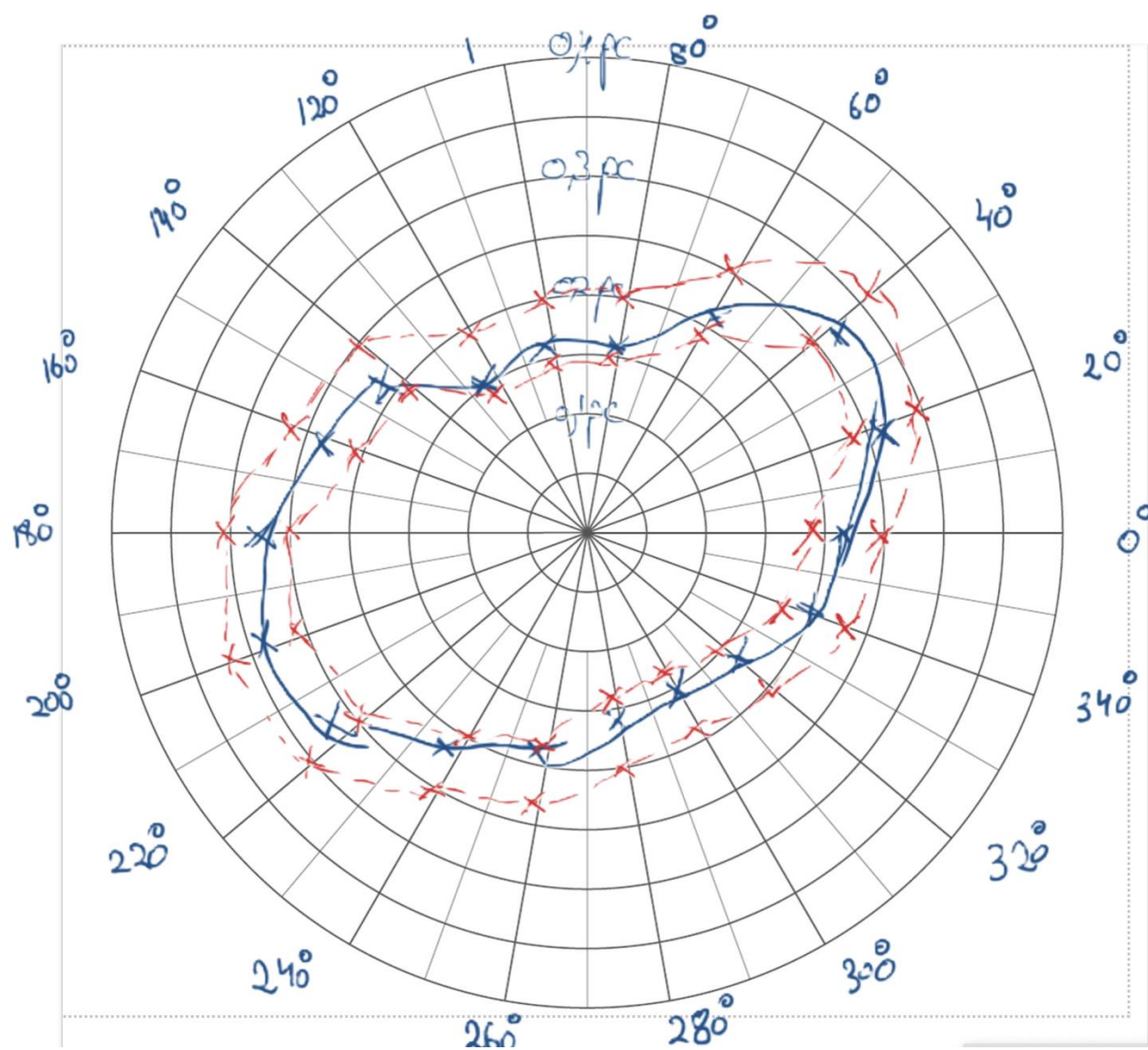
0.5 p

Explicația pentru alegerea zonei ca fiind $\pm 0,02$ pe lângă valoarea medie, pentru ca eroarea de măsurare poate da rezultat mai mare sau mai mic decât valoarea reală

1 p



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII



Unghi	U (mag)	B (mag)	V (mag)	d_U (pc)	d_B (pc)	d_V (pc)	$\bar{d}$ (pc)	Δd_U (pc)	Δd_B (pc)	Δd_V (pc)	$\overline{\Delta d}$ (pc)
0°	0,49	2,93	3,94	0,19	0,20	0,22	0,20	0,01	0	-0,02	0,01
20°	0,59	3,02	4,06	0,23	0,24	0,28	0,25	-	-	-	-
40°	0,62	3,04	4,05	0,24	0,25	0,28	0,26	-	-	-	-
60°	0,46	2,94	3,98	0,18	0,20	0,24	0,21	0,03	0,01	-0,03	0,02
80°	0,44	2,80	3,83	0,17	0,14	0,17	0,16	-	-	-	-
100°	0,36	2,82	3,86	0,14	0,15	0,18	0,16	-	-	-	-
120°	0,30	2,83	3,84	0,12	0,15	0,17	0,15	0,03	0	-0,02	0,02
140°	0,48	2,93	3,92	0,19	0,20	0,21	0,20	-	-	-	-
160°	0,52	2,94	3,96	0,20	0,20	0,23	0,21	-	-	-	-
180°	0,60	3,04	4,05	0,23	0,25	0,28	0,25	0,02	0	0,03	0,02
200°	0,65	3,05	4,06	0,25	0,25	0,28	0,26	-	-	-	-
220°	0,59	3,05	4,04	0,23	0,25	0,27	0,25	-	-	-	-
240°	0,49	2,93	3,95	0,19	0,20	0,23	0,21	0,02	0,01	-0,02	0,02
260°	0,46	2,92	3,91	0,18	0,19	0,21	0,19	-	-	-	-
280°	0,39	2,85	3,86	0,15	0,16	0,18	0,16	-	-	-	-
300°	0,33	2,83	3,84	0,13	0,15	0,17	0,15	0,02	0	-0,02	0,01
320°	0,36	2,84	3,86	0,14	0,16	0,18	0,16	-	-	-	-
340°	0,43	2,91	3,92	0,17	0,19	0,21	0,19	-	-	-	-