



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE ASTRONOMIE ȘI ASTROFIZICĂ

ETAPA NAȚIONALĂ
TIMIȘOARA, 2025

PROBA ANALIZA DATELOR
CATEGORIILE S1 ȘI S2



- Se punctează oricare alte formulări / modalități de rezolvare corectă a cerințelor.
- Durata probei este de 4 ore.

Subiectul I - Relicve stelare (25p)

Relația masă-metalicitate (MZR) este o lege fundamentală a galaxiilor, care corelează masa totală a stelelor unei galaxii (M_*) cu abundența medie de metale (elemente chimice mai grele decât heliul).

Pentru a cuantifica abundența metalelor este des folosit indicatorul $\left[\frac{Fe}{H}\right]$, o reprezentare logaritmică a abundenței de fier din stea raportată la cea din Soare,

$$\left[\frac{Fe}{H}\right] = \lg\left(\frac{n_{Fe}}{n_H}\right)_* - \lg\left(\frac{n_{Fe}}{n_H}\right)_\odot,$$

unde n_{Fe} și n_H sunt concentrațiile de fier și hidrogen din stea ($*$), respectiv din Soare ($\odot$).

Astfel, relația MZR presupune o dependență liniară între acest indicator și logaritmul masei stelare a galaxiei, $\log\left(\frac{M_*}{M_\odot}\right)$,

$$\left[\frac{Fe}{H}\right] = \beta \log\left(\frac{M_*}{M_\odot}\right) + Z_0$$

S-a dovedit că această relație evoluează în timp, cu o creștere a metalității de la epocile timpurii până în prezent, datorită efectului cumulativ al generațiilor succesive de stele asupra îmbogățirii chimice a galaxiei. Panta relației MZR pare că se aplatizează cu cât ne apropiem mai mult de epocile timpurii (deplasare spre roșu mare).

În universul local, relația MZR poate fi determinată până la luminozități mai slabe (i.e. $M_* \simeq 10^2 M_\odot$), dar putem observa doar epoca actuală. Observațiile actuale cu scopul de a determina MZR pentru deplasări mai mari spre roșu ($z > 3$) se limitează la galaxii cu $M_* \gtrsim 10^7 M_\odot$. Pentru a scăpa de această limitare, un grup de cercetători de la *Osservatorio di Astrofisica e Scienza dello Spazio* din Bologna propune utilizarea stelelor RR Lyrae [1] pentru a obține metalicitatea medie a galaxiilor pitice locale la epoca timpurie în care aceste stele variabile s-au format, deschizând o nouă fereastră de explorare a evoluției MZR.

În tabelele date regăsiți caracteristicile stelelor RR Lyrae pentru un eșantion de sateliți ai Căii Lactee, dar și caracteristici ale galaxiilor locale la epoca actuală.



- a) (13p) Utilizați datele din Tabelele 1 și 2 pentru a reprezenta grafic relațiile MZR pentru cele două eșantioane. Reprezentați fiecare grafic separat folosind câte o foaie de hârtie milimetrică. Trasați bările de eroare pentru fiecare punct reprezentat.
- b) (7p) Estimați cele două pante, $\beta = \frac{\Delta[Fe/H]}{\Delta \log M}$, pentru epoca actuală și pentru RR Lyrae. Se observă aplatizarea pantei? Răspundeți cu DA sau NU pe foaia de examen. Calculați incertitudinea celor două estimări. Incertitudinea pantei se poate calcula cu ajutorul următoarei relații:

$$SE_{\beta} = \sqrt{\frac{1}{N-2} \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}$$

unde

- N – numărul de măsurători
- x_i, y_i – valorile observate pentru măsurătoarea i
- $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$ – media valorilor x_i
- $\hat{y}_i$ – valoarea estimată de pe linia de regresie pentru măsurătoarea i , adică $\hat{y}_i = ax_i + b$, unde a și b sunt parametrii liniei de regresie obținuți folosind metoda celor mai mici pătrate

Tabel 1. Masa stelară, metalicitatea medie a stelelor de tip RR Lyrae și incertitudinea metalicității pentru un eșantion de 14 galaxii pitice, sateliți ai Căii Lactee

Galaxie satelit	$\log (M / M_{\odot})$	$[Fe/H]$	$\sigma_{[Fe/H]}$
Ursa Major II	3,99	-2,08	0,26
Coma Berenices	3,94	-2,28	0,02
Hydrus I	4,13	-2,35	0,07
Ursa Major I	4,28	-2,18	0,27
Bootes I	4,63	-2,13	0,16
Bootes III	4,53	-2,02	0,01
Sextans	5,71	-2,03	0,36
Draco	5,79	-2,06	0,34
Ursa Minor	5,78	-1,99	0,25
Carina	6,02	-2,20	0,40
Sculptor	6,53	-1,83	0,24
Sgr dSph	7,63	-1,62	0,31
SMC	8,97	-1,85	0,33
LMC	9,48	-1,63	0,34

Tabel 2. Masa stelară, metalicitatea medie și incertitudinea metalicității pentru stelele unui eșantion de galaxii ce fac parte din Grupul Local.

Galaxie	$\log (M / M_{\odot})$	$[Fe/H]$	$\sigma_{[Fe/H]}$
Antlia 2	6,13	-1,90	0,04
Aquarius 3	3,23	-2,61	0,21
Hercules 1	4,56	-2,47	0,12
Leo 4	4,21	-2,48	0,13
Crater 2	5,51	-2,16	0,04
Eridanus 2	5,08	-2,38	0,13
Hydrus 1	4,12	-2,52	0,09
Reticulum 2	3,47	-2,65	0,07
Antlia 1	6,39	-1,60	0,10
DDO125	7,88	-1,73	0,17
NGC6822	8,51	-1,05	0,01
CenA-MM-DW01	7,75	-1,02	0,01
NGC3077	9,41	-1,26	0,05
PGC0042730	8,91	-0,50	0,10

Chiar dacă observăm RR Lyrae în epoca prezentă, ele s-au format atunci când Universul era foarte tânăr — la aceeași epocă cosmologică cu galaxiile pe care le vedem la deplasări spre roșu mari. Metalicitatea acestor stele reflectă condițiile chimice de acum miliarde de ani, condiții similare cu cele observate pentru galaxiile din epocile timpurii. Un studiu recent publicat în 2024 prezintă coeficienții relațiilor MZR ale galaxiilor observate la redshift mare [2]. Acești coeficienți sunt dați în Tabelul 3.

- c) (1.5p) Comparați relația MZR obținută pentru stelele RR Lyrae cu relațiile date pentru galaxiile observate la diferite epoci timpurii. Cu care dintre cele trei ecuații MZR prezentate în Tabelul 3 se potrivește cel mai bine?

Tabel 3. Parametrii ecuației MZR pentru diferite eșantioane de galaxii observate la o deplasare spre roșu mare ($3 < z < 10$).

Deplasare spre roșu, z	Panta MZR, β	Termenul liber MZR, Z_0
$z \in [3, 10]$	$0,17 \pm 0,03$	$-2,83 \pm 0,02$
$z \in [3, 6]$	$0,18 \pm 0,03$	$-2,88 \pm 0,03$
$z \in [6, 10]$	$0,11 \pm 0,05$	$-2,42 \pm 0,04$

- d) (3.5p) Pe baza răspunsului dat la subpunctul precedent, estimați intervalul de vârstă pentru stelele RR Lyrae din eșantionul studiat.

În estimare se poate presupune un univers dominat de materie, astfel încât vârsta Universului la epoca corespunzătoare unei deplasări spre roșu va fi:

$$t(z) = \frac{2}{3H_0} \frac{1}{(1+z)^{\frac{3}{2}}}$$

Se consideră $H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc}$.



Subiectul II Unde ai fost la mare? (25p)

Partea A: Corecții atmosferice (7.5p)

Plecat fiind în vacanță, Bogdan se relaxează pe malul mării, privind stelele. Lângă locul unde se afla el se găsește un far de navigație. Fiind pasionat de fotografie, Bogdan decide să realizeze o fotografie cu acest far pe fundalul căruia se poate observa cerul înstelat, pentru a o distribui prietenilor lui. Alex, unul dintre prietenii lui Bogdan, văzând poza trimisă de acesta, își propune să afle locația unde își petrece Bogdan vacanța. Pentru asta are la dispoziție poza făcută de Bogdan, hărți stelare (Figura 1) și un atlas cu coordonatele unora dintre stele (Tabelul 1). Pentru simplitatea măsurătorilor, Alex a desenat o rețea de linii drepte peste poză, dar care nu are legătură cu coordonatele cerești.

În această problemă vom încerca să determinăm unde a plecat Bogdan la mare. În cele ce urmează se neglijează distorsiunile introduse de proiecția hărții.

- 1) Știind că farul are o înălțime $h_f=19m$ și că la momentul realizării fotografiei Bogdan se afla la o distanță $d_f=224m$ de acesta, care este înălțimea unghiulară θ_f a farului? **(0.5p)**
- 2) Folosind rezultatul anterior, determină scara imaginii S în $^{\circ}/celula$. **(0.5p)**
- 3) Determină înălțimea aparentă a stelelor deasupra orizontului h_a pentru stelele din Tabelul 1. **(2p)**

Pentru a determina coordonatele orizontale adevărate ale stelelor, Alex își propune să ia în considerare efectele refracției atmosferice, care pot afecta acuratețea măsurătorilor. Pentru înălțimi mici ale obiectelor cerești, ecuația care descrie refracția atmosferică este

$$R = z - \zeta = \frac{P}{273 + T} \cdot \frac{0.1594 + 0.0196h_a + 0.00002h_a^2}{1 + 0.505h_a + 0.0845h_a^2}$$

unde R este refracția astronomică exprimată în grade, z este distanța zenitală adevărată exprimată în grade, ζ este distanța zenitală aparentă exprimată în grade, P este presiunea atmosferică locală exprimată în hPa , T este temperatura locală exprimată în $^{\circ}C$, iar h_a este înălțimea aparentă a stelelor exprimată în grade. Această formulă este des întâlnită în practică, dar, pentru a obține rezultatul corect, toate mărimile trebuie exprimate în unitățile precizate.

Din discuțiile cu Bogdan, Alex a aflat că valorile mărimilor fizice atmosferice sunt $P=1013hPa$ și $T=15^{\circ}C$.

- 4) Pentru fiecare stea din tabel, calculează distanța zenitală aparentă, refracția atmosferică și distanța zenitală adevărată. **(4.5p)**

Partea B: Unde pe Pământ? (17.5p)

După ce Alex reușește să calculeze corecțiile necesare pentru distanța zenitală, el își propune să calculeze, folosind datele numerice anterioare, coordonatele lui Bogdan în momentul în care acesta a surprins momentul. Pentru aceasta, el deduce o formulă pentru a determina latitudinea φ utilizând coordonatele măsurate pentru două stele.

- 5) Știind că două stele S_1 și S_2 au coordonatele $\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, z_1, z_2$, iar diferența de azimut între cele două este $\Delta A=A_1-A_2$, deduce relația pentru determinarea latitudinii φ . Realizează un desen care să îți permită să faci deducerea. **(6.25p)**



În Tabelul 2, Alex a notat perechi de stele, două câte două, folosind datele anterioare.

- 6) Măsoară și completează în tabel valorile ΔA pentru perechile de stele alese de Alex, apoi completează tabelul pentru a afla latitudinea lui Bogdan din fiecare pereche de stele. Care este valoarea medie a latitudinii? **(5.5p)**

Pe lângă informațiile determinate anterior, Alex reușește să afle din datele specifice fotografiei faptul că poza a fost realizată în data de 23 Aprilie 2025 la ora locală 22:00. În acel moment (în care Bogdan a și trimis poza), în România (unde se afla Alex) era data de 24 Aprilie 2025 la ora locală 05:00. La acea dată, România se afla în fusul orar UTC+3. Utilizând aceste date, Alex dorește să afle și longitudinea locației lui Bogdan.

- 7) Completează datele din Tabelul 3 și, pentru fiecare stea, calculează timpul sideral. Determină timpul sideral mediu la momentul realizării fotografiei. **(3.75p)**
- 8) Determină longitudinea poziției lui Bogdan. **(2p)**



Nume	α (°)	δ (°)	ha (°)	ζ (°)	R (arcmin)	z (°)
β Ori	78.63	-8.20				
γ Ori	81.28	6.35				
ζ Ori	85.19	-1.95				
η Ori	81.12	-2.40				
κ Ori	86.93	-9.67				
ω Ori	84.79	4.12				

Tabel 1: Coordonatele stelelor

Nume	α (°)	δ (°)	ΔA (°)					φ (°)
β Ori	78.63	-8.20						
κ Ori	86.93	-9.67						
γ Ori	81.28	6.35						
κ Ori	86.93	-9.67						
ω Ori	84.79	4.12						
γ Ori	81.28	6.35						
η Ori	81.12	-2.40						
κ Ori	86.93	-9.67						
ω Ori	84.79	4.12						
ζ Ori	85.19	-1.95						

Tabel 2: Determinarea latitudinii lui Bogdan

Nume	α (°)	δ (°)	z (°)			θ (°)
β Ori	78.63	-8.20				
γ Ori	81.28	6.35				
ζ Ori	85.19	-1.95				
η Ori	81.12	-2.40				
κ Ori	86.93	-9.67				
ω Ori	84.79	4.12				

Tabel 3: Determinarea longitudinii lui Bogdan

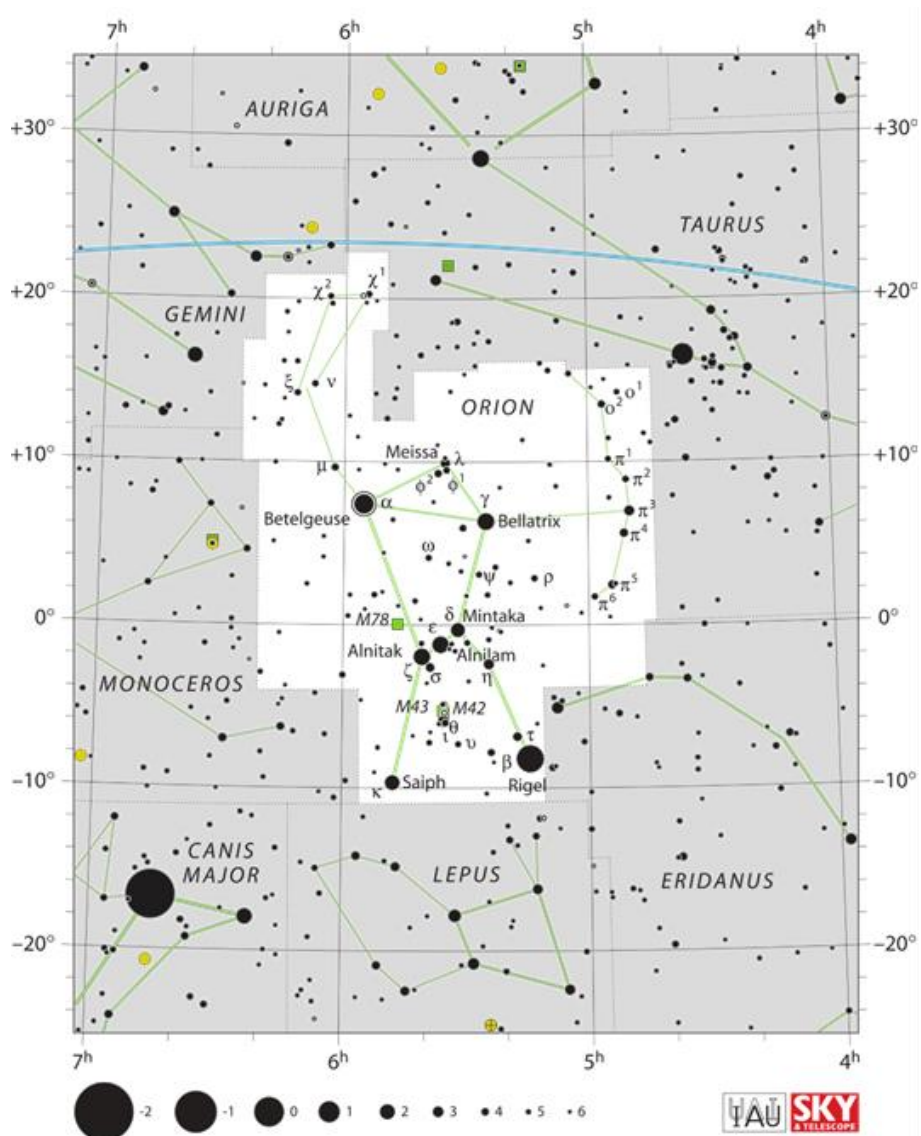
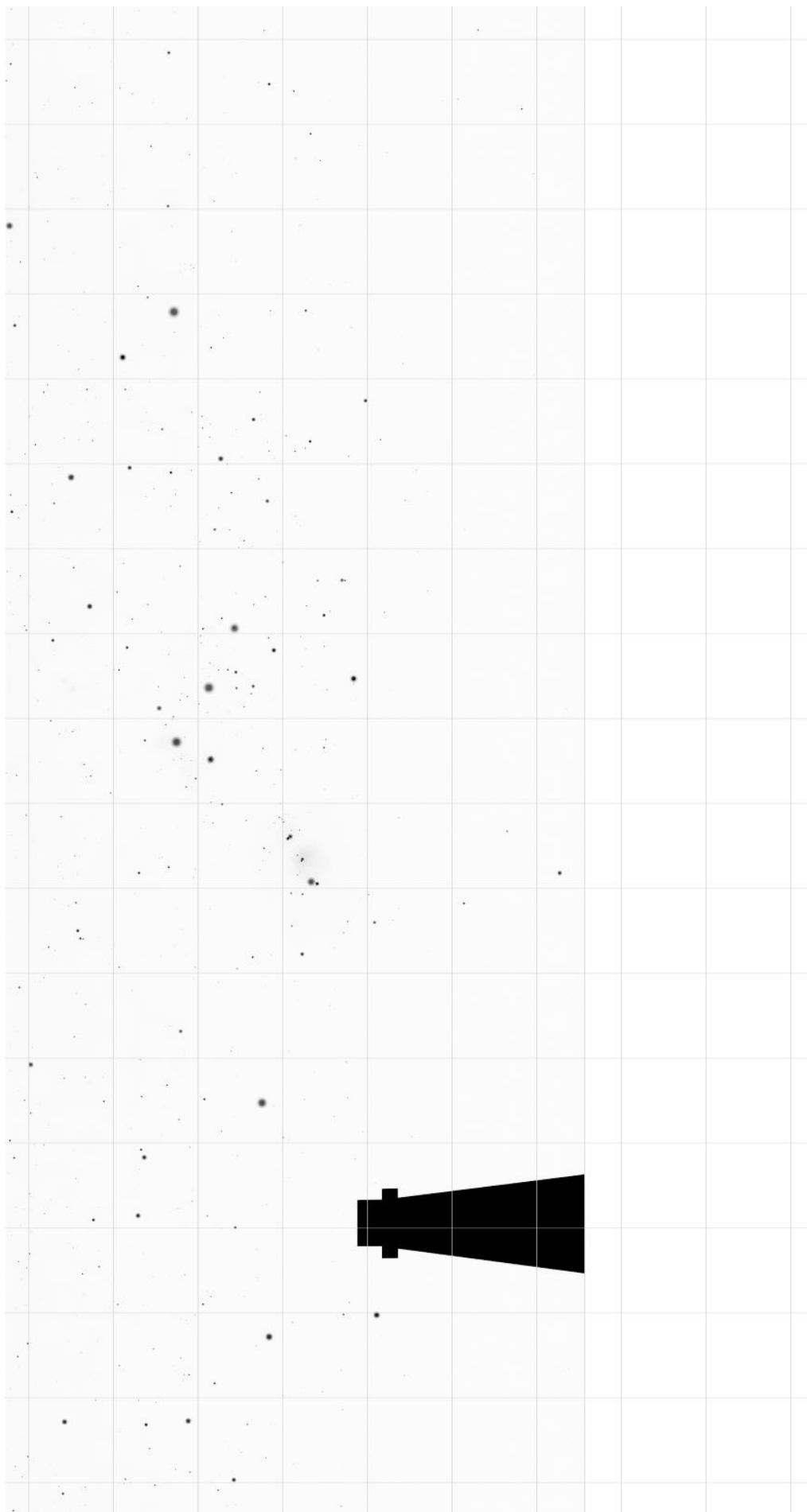


Figura 1: Orion, Sursa: IAU and Sky & Telescope magazine (Roger Sinnott & Rick Fienberg) - [1], CC BY 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=15407823>





Subiectul III Forma unei nebuloase planetare (25 puncte)

O sondă spațială a fost trimisă în spațiul îndepărtat, unde a descoperit o nebuloasă planetară necunoscută până acum. Sonda menține o orbită circulară în jurul nebuloasei, la o distanță constantă de $R=0,5pc$ față de pitica albă din centrul nebuloasei. Pentru că transmiterea unei imagini ar necesita trimiterea multor date și ar fi un proces costisitor, sonda trimite către Pământ doar o serie de măsurători ale magnitudinilor pitice albe din centru, folosind cele 3 filtre pe care le are la dispoziție: U – ultraviolet, B – albastru, V – vizibil. Se realizează câte o măsurătoare prin fiecare filtru la fiecare poziție marcată printr-un unghi față de o direcție de referință aleasă aleatoriu. Datele colectate se afla în Tabelul 1. Se cunoaște că, în general, magnitudinile absolute ale unei pitice albe în aceste filtre sunt: $M_U=6,5mag$, $M_B=9mag$, $M_V=10mag$, iar pentru mediul unei nebuloase planetare extincția în magnitudini pe parsec în fiecare filtru este $a_U = 2,6 \frac{mag}{pc}$, $a_B = 2,2 \frac{mag}{pc}$ și $a_V = 2 \frac{mag}{pc}$. Nu există absorbție în mediul interstelar din afara nebuloasei planetare.

Folosind aceste informații și hârtia polară pusă la dispoziție:

- (12 p)** Calculați raza nebuloasei planetare utilizând măsurătorile prin fiecare filtru, la fiecare unghi față de direcția de referință.
- (2 p)** Determinați câte o valoare medie a razei nebuloasei pentru fiecare unghi.
- (6 p)** Reprezentați aceste valori medii pe hârtia polară pusă la dispoziție și desenați forma nebuloasei planetare printr-o linie continuă.
- (2 p)** Calculați erorile corespunzătoare razelor obținute utilizând măsurătorile prin cele trei filtre, pentru unghiurile de 0° , 60° , 120° , 180° , 240° , 300° .
- (1 p)** Calculați o eroare medie pentru fiecare din unghiurile de mai sus.
- (2 p)** Folosind valoarea cel mai des întâlnită pentru erorile medii de la punctul anterior, desenați prin linii punctate o zonă de incertitudine în determinarea razei în jurul formei nebuloasei planetare. Explicați cum ați determinat această zonă.



Unghi	U (mag)	B (mag)	V (mag)
0°	0,49	2,93	3,94
20°	0,59	3,02	4,06
40°	0,62	3,04	4,05
60°	0,46	2,94	3,98
80°	0,44	2,80	3,83
100°	0,36	2,82	3,86
120°	0,30	2,83	3,84
140°	0,48	2,93	3,92
160°	0,52	2,94	3,96
180°	0,60	3,04	4,05
200°	0,65	3,05	4,06
220°	0,59	3,05	4,04
240°	0,49	2,93	3,95
260°	0,46	2,92	3,91
280°	0,39	2,85	3,86
300°	0,33	2,83	3,84
320°	0,36	2,84	3,86
340°	0,43	2,91	3,92

Tabelul 1.

